

Paratonnerre

Un paratonnerre est constitué d'un poteau vertical enfoncé dans le sol, qui occupe le demi-espace $z < 0$. Le sol est supposé se comporter comme un conducteur ohmique, de conductivité $\gamma = 10^{-2} \Omega^{-1} \cdot \text{m}^{-1}$. Le paratonnerre reçoit un courant d'intensité $I = 5 \cdot 10^4 \text{ A}$ engendré par un éclair.

Dans le sol, on suppose que la densité de courant, radiale, est de la forme $\vec{j} = j(r)\vec{e}_r$ en coordonnées sphériques. On suppose que les courants engendrés sont stationnaires.

1. Montrer que $j(r) = \frac{I}{2\pi r^2}$
2. Exprimer le champ électrique dans le sol et en déduire que le potentiel électrostatique vaut $V(r) = \frac{I}{2\pi\gamma r}$
3. A quelle distance minimale d du paratonnerre dans le plan $z = 0$ un homme doit-il se placer pour être certain que son corps soit traversé par un courant inférieur à $I_{\text{max}} = 25 \text{ mA}$? On donne la résistance du corps humain entre ses deux pieds distants de 1 m : $R = 2,5 \text{ k}\Omega$.

On donnera le gradient en coordonnées sphériques : $\vec{\text{grad}} A = \frac{\partial A}{\partial r} \vec{e}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial A}{\partial \theta} \vec{e}_\theta + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial A}{\partial \phi} \vec{e}_\phi$