Formation d'une étoile

Au cours de la formation d'une étoile, on suppose que le fluide qui la constitue :

- conserve la symétrie sphérique autour de son centre O,
- est en conservation isotrope : la particule fluide qui était au point M_0 à $t = 0$ est en M à la date t avec $\overrightarrow{OM} = c(t)\overrightarrow{OM_0}$ où $c(t)$ est le facteur de contraction,
- possède une vitesse radiale qui ne dépend que de la coordonnée sphérique radiale r et du temps.

1. Montrer que $\vec{v}(M,t) = H(t)\overrightarrow{OM}$, où $H(t)$ est une fonction de $c(t)$ à déterminer, appelée fonction de Hubble.
2. L'écoulement est-il stationnaire ? Incompressible ? Irrotationnel ?
3. Calculer le champ des accélérations.
4. On suppose le fluide homogène. Déterminer sa masse volumique $\mu(t)$ en fonction de sa valeur initiale μ_0.

Opérateurs en coordonnées sphériques :

- $\overrightarrow{\text{grad}}\, f = \dfrac{\partial f}{\partial r}\vec{e_r} + \dfrac{1}{r}\dfrac{\partial f}{\partial \theta}\vec{e_\theta} + \dfrac{1}{r\sin\theta}\dfrac{\partial f}{\partial \varphi}\vec{e_\varphi}$
- $\text{div}\,\vec{A} = \dfrac{1}{r^2}\dfrac{\partial\left(r^2 A_r\right)}{\partial r} + \dfrac{1}{r\sin\theta}\dfrac{\partial\left(\sin\theta\, A_\theta\right)}{\partial \theta} + \dfrac{1}{r\sin\theta}\dfrac{\partial A_\varphi}{\partial \varphi}$
- $\overrightarrow{rot}\,\vec{A} = \dfrac{1}{r\sin\theta}\left(\dfrac{\partial\left(\sin\theta\, A_\varphi\right)}{\partial\theta} - \dfrac{\partial A_\theta}{\partial\varphi}\right)\vec{e_r} + \dfrac{1}{r}\left(\dfrac{1}{\sin\theta}\dfrac{\partial A_r}{\partial\varphi} - \dfrac{\partial(rA_\varphi)}{\partial r}\right)\vec{e_\theta} + \dfrac{1}{r}\left(\dfrac{\partial(rA_\theta)}{\partial r} - \dfrac{\partial A_r}{\partial\theta}\right)\vec{e_\varphi}$