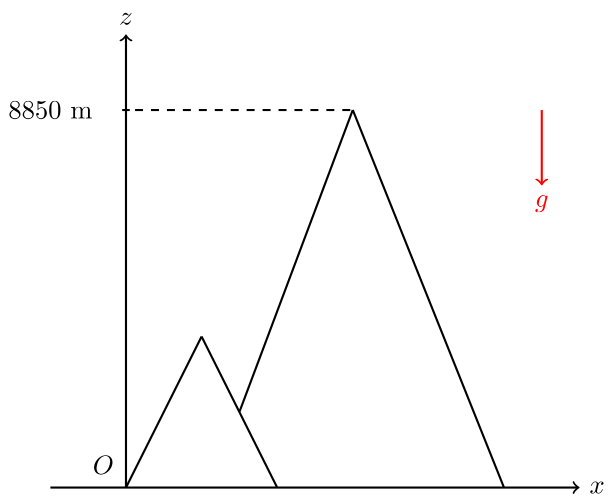
Pression au sommet de l'Everest



1. On a d'après l'énoncé une évolution linéaire et décroissante de la température avec l'altitude ce qu'on peut traduire par,

$$\boxed{T(z) = \alpha z + T_0}$$

2. On a d'après la relation des gaz parfait,

$$PV = nRT = \frac{m}{M}RT \quad \longrightarrow \quad P = \mu\frac{RT}{M} \quad \longrightarrow \quad \mu = \frac{PM}{RT}$$

D'après l'équation locale de la statique des fluides,

$$\overrightarrow{\text{grad}}P = \mu\vec{g}$$

On la projette,

$$\begin{cases} \dfrac{\partial P}{\partial x} = 0 \quad \longrightarrow \quad P \text{ indépendant de } x \\ \dfrac{\partial P}{\partial y} = 0 \quad \longrightarrow \quad P \text{ indépendant de } y \\ \dfrac{\partial P}{\partial z} = -\mu g \end{cases} \quad \longrightarrow \quad P = P(z)$$

On a donc,

$$\frac{\mathrm{d}P}{\mathrm{d}z} = -\frac{PM_{air}}{RT(z)}g \quad \longrightarrow \quad \frac{\mathrm{d}P}{P} = -\frac{M_{air}\mathrm{d}z}{RT(z)}g$$

Ainsi en intégrant on obtient,

$$\int_{P_0}^{P(z)} \frac{\mathrm{d}P}{P(z)} = -\frac{M_{air}g}{R}\int_0^z \frac{\mathrm{d}z}{\alpha z + T_0} \quad \longrightarrow \quad \ln\left(\frac{P(z)}{P_0}\right) = -\frac{M_{air}g}{R\alpha}\ln\left(\frac{\alpha z + T_0}{T_0}\right)$$

Soit finalement,

$$\boxed{P(z) = P_0\left(\frac{T_0}{\alpha z + T_0}\right)^{\beta} \quad \text{avec} \quad \beta = \frac{M_{air}g}{R\alpha}}$$

3. On a d'après l'énoncé,

$$\alpha = -6,8 \times 10^{-3}\ \mathrm{K} \cdot \mathrm{m}^{-1} \quad \text{et} \quad \beta = -5$$

Remarque : Les exposants et les exponentielles doivent être sans unité,

$$[\beta] = \frac{MN^{-1}LT^{-2}}{[J]\Theta^{-1}N^{-1}\Theta L^{-1}} = \frac{ML^2T^{-2}}{[J]} = 1$$

L'application numérique donne, $\boxed{P(8850) = 302\ \mathrm{hPa}}$.