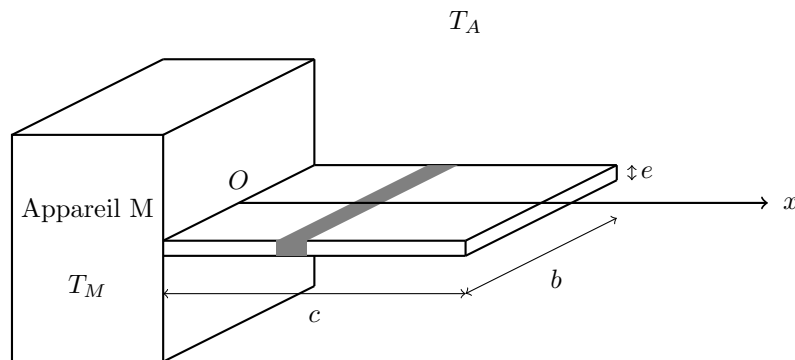


Ailette de refroidissement

Pour éviter un échauffement trop important d'un appareil M, on munit son boîtier d'ailettes de refroidissement métalliques. Chaque ailette est parallélépipédique de dimension : épaisseur $e = 2,0$ mm, largeur $b = 10$ cm et longueur $c = 20$ cm.

En fonctionnement, le boîtier de l'appareil M sera maintenu à la température $T_M = 60^\circ\text{C}$. L'air extérieur, qui circule, est de température constante et uniforme $T_A = 20^\circ\text{C}$, sauf au voisinage de l'ailette, entourée d'une couche limite d'air thermiquement peu conductrice dont la température reste localement voisine de celle de la surface de l'ailette. Dans l'ailette on admettra que le transfert thermique, de type conductif, peut-être considéré comme monodimensionnel dans la direction Ox , et qu'il obéit à la loi de Fourier $\vec{j} = -\lambda \frac{dT}{dx} \vec{u}_x$ où \vec{j} est le vecteur densité de flux thermique à l'abscisse x , mesuré à partir de l'origine O au contact du boîtier de l'appareil, où \vec{u}_x est le vecteur unitaire dans la direction Ox , et où $\lambda = 16 \text{ W} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{m}^{-1}$. $T(x)$ est la température à l'abscisse x dans l'ailette.

Il existe également un transfert thermique de l'ailette vers l'air ambiant, à travers la couche limite. Le flux thermique entre la surface latérale dS (en gris sur la figure) de l'élément d'ailette de longueur dx et l'air ambiant est de la forme $dP = h(T(x) - T_A)dS$ où $h = 150 \text{ U.S.I}$ est un coefficient uniforme et constant.



1. Ecrire le bilan des échanges d'énergie pour la tranche d'ailette comprise entre les abscisses x et $x + dx$, en régime permanent d'échange thermique.
2. En déduire que la température est solution de l'équation différentielle : $\frac{d^2T}{dx^2} - \frac{1}{L^2}(T(x) - T_A) = 0$.
Exprimer et calculer L .
3. Résoudre cette équation différentielle : pour cela on considérera que $L \ll c$ ce qui permettra de considérer c comme infini pour simplifier les conditions aux limites.
4. Donner l'expression de la puissance thermique dP sortant de la surface latérale dS de la tranche d'ailette comprise entre les abscisses x et $x + dx$.
5. En déduire l'expression de la puissance thermique totale P évacuée par l'ailette ainsi que sa valeur numérique.
6. Exprimer la puissance thermique P' transmise du boîtier de l'appareil M à l'ailette en $x = 0$.
Conclure.
7. Combien faut-il d'ailettes pour évacuer un flux thermique de $0,9 \text{ kW}$.
8. Comment faudrait-il modifier l'étude précédente si la condition $L \ll c$ n'est plus vérifiée.