

Bilan d'énergie et d'entropie dans un échangeur thermique

1. On commence par définir le système de travail,

À l'instant t :



À l'instant $t + dt$:



On a donc,

$$\begin{cases} \mathcal{S}^*(t) = \mathcal{S}(t) \cup S_1 \\ \mathcal{S}^*(t + dt) = \mathcal{S}(t + dt) \cup S_2 \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} \mathcal{S}'^*(t) = \mathcal{S}'(t) \cup S_1' \\ \mathcal{S}'^*(t + dt) = \mathcal{S}'(t + dt) \cup S_2' \end{cases}$$

Finalement, \mathcal{S}^* et \mathcal{S}'^* sont des système fermé par construction.

Ainsi, on peut appliquer le premier principe au deux systèmes et on obtient,

$$\begin{cases} D_m(\Delta e + \Delta h) = \mathcal{P}_u + \mathcal{P}_{th} \\ D'_m(\Delta e' + \Delta h') = \mathcal{P}'_u + \mathcal{P}'_{th} \end{cases}$$

On peut simplifier ces équations car il n'y pas de parties mobiles dans l'échangeur donc $\mathcal{P}_u = 0$ et $\mathcal{P}'_u = 0$ et de plus la variation d'énergie est négligeable.

Ainsi, on se retrouve avec,

$$\begin{cases} D_m \Delta h = \mathcal{P}_{th} \\ D'_m \Delta h' = \mathcal{P}'_{th} \end{cases}$$

Enfin, comme l'échangeur est supposé parfaitement calorifugé on a,

$$\mathcal{P}_{th} = -\mathcal{P}'_{th} \quad \longrightarrow \quad D_m c_p (T_2 - T_1) = -D'_m c_p (T_4 - T_3)$$

Finalement, on obtient,

$$D'_m = D_m \left(\frac{T_1 - T_2}{T_4 - T_3} \right) = 1 \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1}$$

2. a. On nous donne l'identité fondamentale,

$$du = Tds - Pdv$$

Cependant elle peut être simplifier car on a un fluide incompressible donc finalement,

$$du = Tds$$

Or, on a aussi la relation suivant qui lie variation élémentaire de l'énergie interne à celle de la température

$$du = c_p dT$$

Ainsi, on peut égaliser, puis séparer les variables et enfin intégrer,

$$c_p dT = T ds \quad \longrightarrow \quad ds = c_p \frac{dT}{T} \quad \longrightarrow \quad \int_{s_1}^{s_2} ds = c_p \int_{T_1}^{T_2} \frac{dT}{T}$$

On obtient alors,

$$\Delta s = c_p \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) = 0,78 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$$

b. On a d'après le second principe appliqué système fermé \mathcal{S}^* ,

$$D_m \Delta s = \frac{\delta S_c}{dt} + \frac{\delta S_{\text{éch}}}{dt}$$

Or, comme l'échangeur est calorifugé l'entropie échangé avec l'extérieur est nulle. On a donc,

$$\frac{dS_c}{dt} = D_m \Delta s = 0,78 \text{ kJ} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$$