

Forme d'une tuyère

1. Bilan d'énergie :

$$\begin{cases} de_c + de_p + dh = \delta w_u + \delta q \\ \delta q = 0 \mid \text{isentropique} \\ \delta w_u = 0 \mid \text{pas de parties mobiles} \\ de_p \sim 0 \end{cases} \implies de_c + dh = 0$$

$$\text{or : } de_c + dh = 0 \implies d\left(\frac{c^2}{2} + h\right) \implies \boxed{cdc + dh = 0}$$

Bilan d'entropie :

$$\begin{cases} ds = \delta s_{\text{créée}} + \delta s_{\text{éch}} \\ ds = 0 \mid \text{isentropique} \end{cases} \implies ds = 0$$

$$\text{or : } ds = C_p \frac{dT}{T} - nR \frac{dP}{P} \iff C_p \frac{dT}{T} = nR \frac{dP}{P} \iff dT = \frac{nRT}{C_p} \frac{dP}{P}$$

$$\text{De plus : } dh = C_p dT \text{ alors } cdc + C_p dT = 0 \iff cdc + \frac{nRT}{C_p} \frac{dP}{P} = 0$$

$$\text{Relation des gaz parfait : } Pv = nRT \iff v = \frac{nRT}{P}$$

$$\implies cdc + vdP = 0 \iff \boxed{vdP = -cdc} \text{ Relation (1)}$$

2. Conservation du débit massique :

$$\boxed{D_m = \frac{S(x)c(x)}{v(x)} = C^{te}}$$

$$\text{On dérive le débit massique : } d(D_m) = 0 \iff d\left(\frac{S(x)c(x)}{v(x)}\right) = 0$$

$$\implies \frac{c(x)}{v(x)} dS(x) + \frac{S(x)}{v(x)} dc(x) - \frac{S(x)c(x)}{v(x)^2} dv(x) = 0$$

$$\implies \boxed{\frac{dc}{c} + \frac{dS}{S} - \frac{dv}{v} = 0} \text{ Relation (2)}$$

3. Relation fondamentale de la compressibilité isentropique : $c_{\text{son}}^2 = \left(\frac{\partial P}{\partial \mu}\right)_s$

$$\text{Donc, } dP = \left(\frac{\partial P}{\partial \mu}\right)_s d\mu \implies \boxed{dP = c_{\text{son}}^2 d\mu} \text{ AN : } c_{\text{son}} = \sqrt{\gamma \frac{RT}{M}} = 347 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$