Réversible ou irréversible ?

1. La relation correspondant à une variation élémentaire de l'énergie interne est,

$$\boxed{dU = nC_{\text{vm}}dT}$$

La relation correspondant à une variation de l'énergie interne est,

$$\boxed{\Delta U = \frac{nR}{\gamma - 1}\Delta T}$$

2. On suppose que le gaz est parfait. De plus on a une transformation adiabatique et réversible autrement dit isentropique ; on peut donc utiliser la Loi de Laplace,

$$PV^{\gamma} = C^{\text{te}}$$

Pour la transformation de l'état initial à l'état final on a donc les relationes suivantes,

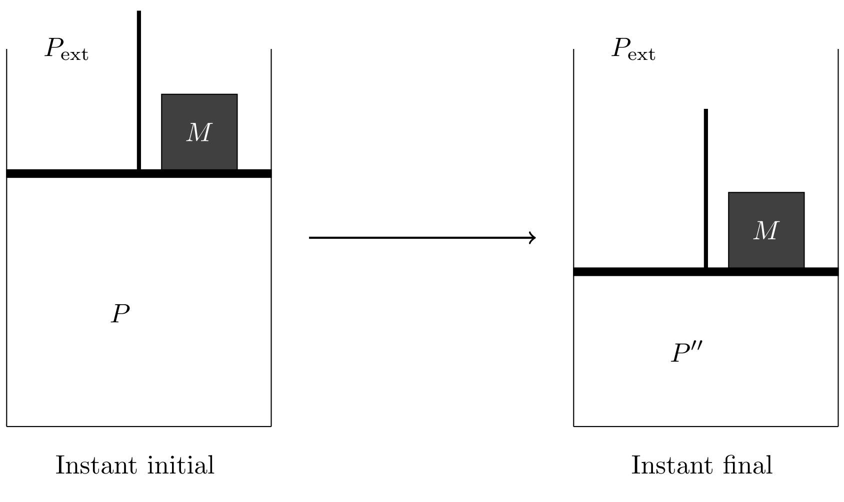
$$PV^{\gamma} = P'V'^{\gamma} \qquad \text{et} \qquad P^{1-\gamma}T^{\gamma} = P'^{1-\gamma}T'^{\gamma}$$

On obtient donc les expressions suivantes pour V' et T',

$$\boxed{V' = V\left(\frac{P}{P'}\right)^{\frac{1}{\gamma}}} \qquad et \qquad \boxed{T' = T\left(\frac{P}{P'}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}}$$

a. La transformation est qualifié de **non réversible**.

b. Schéma de la transformation,



À l'instant initial on a $P \neq P_{\text{ext}}$ puis à l'état final on est à l'équilibre thermodynamique donc on a $P'' = P_{\text{ext}}$.

Dans un premier temps, on applique le premier principe de la thermodynamique en négligeant les variations d'énergie et en supposant que les parois sont calorifugées,

$$\Delta U = \frac{nR}{\gamma - 1}(T'' - T) = W$$

Dans un second, on applique la première loi de Newton au piston à l'équilibre,

$$\vec{P} + \vec{F_p} = 0$$

Après projection, on obtient,

$$P = F_p \quad \longrightarrow \quad Mg = (P'' - P)S \quad \longrightarrow \quad P'' = P + \frac{Mg}{S}$$

On peut maintenant calculer le travail,

$$W = -\int_{V}^{V''} P_{\text{ext}} dV = -\int_{V}^{V''} P'' dV = \left(P + \frac{Mg}{S}\right)(V - V'')$$

Ainsi on obtient,

$$\frac{nR}{\gamma - 1}(T'' - T) = P''(V - V'') \tag{1}$$

On est en présence d'un gaz parfait on peut utiliser la relation de la loi des gaz parfaits,

$$\frac{P''V'' - PV}{\gamma - 1} = P''(V - V'') \quad \longrightarrow \quad P''V''\left(\frac{1}{\gamma - 1} + 1\right) = P''V + \frac{1}{\gamma - 1}PV$$

Ainsi en isolant les termes on obtient,

$$\boxed{V'' = V\left[1 + \frac{1}{\gamma - 1}\left(\frac{P}{P''}\right)\right]\frac{\gamma - 1}{\gamma}}$$

Maintenant remplaçons V'' dans l'équation (1),

$$\frac{nR}{\gamma - 1}(T'' - T) = P''V\left(1 - \left[1 + \frac{1}{\gamma - 1}\left(\frac{P}{P''}\right)\right]\frac{\gamma - 1}{\gamma}\right) = P''V\left(1 - \frac{(\gamma - 1)P'' + P}{\gamma P''}\right) = V\left(\frac{P'' - P}{\gamma}\right)$$

$$\longrightarrow \quad T'' = T + \frac{(\gamma - 1)V}{\gamma nR}(P'' - P) = T + \frac{(\gamma - 1)T}{\gamma P}(P'' - P)$$

Finalement, on obtient,

$$\boxed{T'' = T\left[1 + \frac{(\gamma - 1)}{\gamma}\left(\frac{P'' - P}{P}\right)\right]}$$